**ÔN TẬP CUỐI NĂM**

**Dạng 1: Rút gọn biểu thức chứa phân thức**

**Bài 1:** Cho biểu thức 

a. Tìm điều kiện của x để A xác định

b. Chứng minh rằng khi A xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến x

**Lời giải**

ĐKXĐ: 

**Bài 2:** Cho biểu thức 

a. Tìm điều kiện của x để A xác định b. Rút gọn A

c. Tính giá trị của A tại  d. Tìm x để 

e. Tìm x để 

f. Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a. ĐKXĐ:  b. 

c.  d. 

e. 

f. A nguyên 

**Bài 3:** Cho biểu thức 

a. Rút gọn A

b. Tìm x để 

**Lời giải**

a. ĐKXĐ: 

b. 

Vậy  và 

**Bài 4:** Cho biểu thức 

a. Tìm điều kiện của x, y để A xác định b. Rút gọn A

c. Tính giá trị của A với 

d. Tìm giá trị nguyên của x, y để A = 1.

**Lời giải**

a. ĐKXĐ: 

b. 

c. 

d. 

+)  +) 

**Bài 5: [Cuối năm 2016 – 2017]**

Cho 

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm tất cả các só nguyên x để biể thức A nhận giá trị nguyên

**Lời giải**

a) Rút gọn biểu thức A



b) A nhận giá trị nguyên 

**Bài 6:** **[Cuối năm 2017 – 2018]**

Cho 

a. Rút gọn biểu thức A b. Tìm các giá trị của x để 

**Lời giải**

a. 

b. 

**Bài 7:** Cho các biểu thức 

a. Rút gọn A

b. Với P = A.B , tìm x để 

c. Tìm x để B < 1

**d. Tìm  để P = A. B là số nguyên.**

**Lời giải**

a. 

b. 

c. 

d. 

**Dạng 2: Ôn tập giải bất phương trình**

**Bài 1:** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn trên trục số

a.  b. 

**Lời giải**

a.  b. 

**Bài 2:** Giải bất phương trình sau:

a.  b. 

**Lời giải**



**Bài 3:** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn trên trục số

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a.  b. 

c.  d. 

**Bài 4:** Giải các bất phương trình sau

a.  b. 

**Lời giải**

a.  b. 

**Bài 5:** Cho biểu thức : 

a. Rút gọn A b. Tìm x để A < -1

**Lời giải**

a. 

b. 

**Bài 6:** Cho biểu thức : 

a. Rút gọn A b. Tìm x để A > 0

**Lời giải**

a) 

b) 

**Dạng 3: Ôn tập giải bài toán bằng cách lập phương trình**

**Bài 1: [Cuối năm 2015, 2016]**

Hộp thứ nhất chứa 90 cái bút, hộp thứ hai chứa 120 cái bút. Người ta lấy ra từ hộp thứ hai số bút nhiều gấp ba lần số bút lấy ra từ hộp thứ nhất. Hỏi có bao nhiêu cái bút được lấy ra từ hộp thứ nhất, biết rằng số bút còn lại trong hộp thứ nhất nhiều gấp hai lần số bút còn lại trong hộp thứ hai.

**Lời giải**

Gọi số bút lấy ra từ hộp thứ nhất là x ( cái ) 

Số bút lấy ra từ hộp thứ hai là:  ( cái )

Số bút còn lại trong hộp thứ nhất là:  ( cái )

Số bút còn lại trong hộp thứ nhất là:  ( cái )

Theo bài rat a có phương trình: 

**Bài 2: [Cuối năm 2016, 2017]**

Hưởng ứng đợt thi đua làm kế hoạch nhỏ năm học 2016 – 2017 do nhà trường phát động. Hai lớp 8A1 và 8A2 quyên góp được tổng cộng 720 quyển sách. Nếu chuyển 40 quyển sách từ lớp 8A1 sang lớp 8A2, khi đó số quyển sách của lớp 8A1 bằng  số quyển sách lớp 8A2. Hỏi lúc đầu mỗi lớp đã quyên góp được bao nhiêu quyển sách.

**Lời giải**

Gọi số quyển sách mà lúc đầu lớp 8A1 quyên góp được là x 

Số quyển sách lớp 8A2 lúc đầu là: 

Số sách còn lại của lớp 8A1 là: 

Số sách mới lớp 8A2 là: 

Theo bài ra ta có: 

**Bài 3:** **[ Cuối năm 2017, 2018]**

Một ô tô đi từ A tới B rồi từ B trở về A. Khi đi từ A đến B ô tô chạy với vận tốc 50 km/h, khi từ B trở về A ô tô chạy với vận tốc 40 km/h, vì vậy thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 30 phút. Tính quãng đường AB

**Lời giải**

Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km) ( x > 0 )

Thời gian lúc đi của ô tô là: 

Thời gian lúc về của ô tô là: 

Theo bài rat a có:  .

Vậy chiều dài quãng đường AB là 100 km

**Dạng 4: Hình học**

**Bài 1: [Cuối năm 2017 – 2018]**

Cho hình chữ nhật ABCD có AD = 6cm, AB = 8cm. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Qua D kẻ đường thẳng d vuông góc với BD, d cắt BC tại E

a. Chứng minh rằng : 

b. Kẻ CH vuông góc với DE tại H. Chứng minh rằng 

c. Gọi K là giao điểm của OE và HC. Chứng minh K là trung điểm của HC. Tính tỉ số giữa diện tích tam giác EHC và diện tích tam giác EDB

d. Chứng minh ba đường thẳng OE, CD, BH đồng quy.

**Lời giải**

a. 

b. 

c. 

(định lý TaLet )  
mà OB = OD (do ABCD là hình chữ nhật) đpcm

- Tính được BD = 10cm, có DC = 8cm

Từ câu b, ta có: 

Lại có: 

d. Gọi I là giao điểm của BH và CD và O’ là giao điểm cỉa EI và BD, K’ là giao điểm của EI và CH. Ta sẽ chứng minh O’ là trung điểm của BD

Vì:  hay O’ là trung điểm của BD

 đi qua O. Do vậy OE, CD, BH đồng quy.

**Bài 2: [Cuối năm 2016 – 2017]**

Cho tam giác ABC vuông tại A, có BC = 5cm, AC = 3cm. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 6cm. Qua D kẻ đường vuông góc với BD cắt AC tại E

a. Chứng minh rằng 

b. Kẻ  Chứng minh rằng: 

c. Tính độ dài CE và KD

d. Vẽ đường phân giác BM của .

**Lời giải**

a. 

b. 



c. 

Vì tam giác DCE vuông tại D, áp dụng pitago 



d. Áp dụng tính chất đường phân giác ta có:   


**Bài 3: [Cuối năm 2015 – 2016]**

Cho tam giác ABC vuông tại A ( AB < AC ), đường trung tuyến AM. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt AB tại E và cắt AC tại F. Kẻ AH cắt FE tại I. Chứng minh rằng:

a.  b.  từ đó suy ra 

c.  d. 

**Lời giải**

a.  cân tại M 

b. 



c. 

  
d.  cân tại I () cân tại I 

Ta lại có: 

Do 

**Bài 4:** Cho  có , các đường cao AM, BP, CN cắt nhau tại H. Chứng minh rằng:

a.  b. 

c. NA là tia phân giác của 

d. Gọi S là diện tích của tam giác BHC, tính  theo S.

**Lời giải**

a. 



b. 



c. Ta đi chứng minh 

d. 

**Bài 5:** Cho hình thang vuông ABCD,  M là trung điểm của AD, I thuộc cạnh BC sao cho 

a. Chứng minh  vuông

b. 

c. 

d. AI cắt BM tại H, DI cắt CM tại K. Chứng minh rằng 

**Lời giải**

a. 

b. 

Gọi N là trung điểm của BC  vuông tại M

Vậy:  (đpcm)

c.   
d.  là trung trực của DI

Có: 

**Bài 6:** Cho  cân tại A (). Kẻ Cx vuông góc với BC tại C, Cx cắt tia BA tại D

a. Chứng minh rằng A là trung điểm của BD

b. Kẻ 

c. Kẻ BE là phân giác của góc BAC, , Ct giao với tia BA tại I. Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

a)

b)  do 

c.  cân

**giải:**

Ta có:  cân tại B

+) Có BE là phân giác của góc B



**Bài 7. B:** Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = 6cm, AC = 8cm, đường cao AH, đường phân giác AD

a. Tính AD, CD

b. Gọi I là giao điểm của AH và BD. Chứng minh rằng: 

c. Chứng minh:  cân

**Lời giải**

a. 

b. 

c.  cân tại A.

**Bài 8.B:** Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 5,4cm, AC = 7,2cm. Từ trung điểm M của BC vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại H và cắt AB tại E

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC), đường cao AH, gọi D là trung điểm của AC, lấy E đối xứng với H qua C.

a. Tính BC b. Chứng minh: 

c. Tính EB và EM d. Chứng minh: 

e. Chứng minh: 

**Lời giải**

a. BC = 9cm

b. 

c. 



d. H là trực tâm của tam giác BEC 

e. Tam giác HAE và tam giác HMC, có:

.

**Bài 9:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm M, kẻ  BD cắt CA ở E. Chứng minh rằng:

a.  b. 

c. 

**Lời giải**

a. 

b. Ta có: M là trực tâm của tam giác BEC



+) 

+) 

c. Ta đi chứng minh: 

Ta có: 

.

**Bài 10:** Cho hình vuông ABCD. Gọi E là 1 điểm trên cạnh BC. Qua A kẻ tia Ax vuông góc với AE, Ax cắt CD tại F. Trung tuyến AI của tam giác AEF cắt CD ở K. Đường thẳng kẻ qua E song song với AB cắt AI ở G. CMR:

a.  và tứ giác EGKF là hình thoi b. 

c. Khi E thay đổi trên BC. Chứng minh rằng  và chu vi tam giác EKC không đổi

**Lời giải**

a. 

+)  vuông cân tại A 

+)  vuông cân tại A 

Tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình thoi.

b. Có:   
c. Ta có tứ giác EGFK là hình thoi 

Chu vi  ( không đổi )

**Bài 11:** Cho tam giác ABC có trực tâm H. Gọi M, N là trung điểm của BC, AC. Gọi O là giao điểm của các đường trung trực của tam giác. Chứng minh rằng:

a.  và tìm tỉ số đồng dạng

b. So sánh AH và OM

c. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh: 

d. H, G, O thẳng hàng và 

**Lời giải**

a. Ta có: 

Tỉ số đồng dạng là: 

b. 

c)

d.  thẳng hàng.

Ta có 

**Bài 12:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A, M là điểm tùy ý trên AC, kẻ Cx vuông góc với BM tại H. Cx cắt tia BA tại E, gọi F là trung điểm của BC. Chứng minh:

a.  cân

b. 

c. Khi M di chuyển trên AC, chứng minh số đo góc AHE không đổi

d. Biết AB =5cm. Tính 

**Lời giải**

a. 

b. 

c. 

d.   
giải:

Xét có M là trực tâm của tam giác BEC 

+) 

+) Tương tự: 

**Bài 13:** Cho hình chữ nhật MNPQ ( MN > NP ), MH vuông góc với QN tại H

a. Chứng minh 

b. Chứng minh 

c. Lấy E, F lần lượt là trung điểm của NH, MH. Chứng minh: 

****d. MH cắt PQ tại I. Tính diện tích tam giác MNI, biết:  và diện tích 

**Lời giải**

d. 



**Bài 14: [Thanh Oai , 2017 – 2018 ]**

Cho tam giác ABC có AB < AC, D nằm giữa A và C sao cho 

a. Chứng minh  từ đó suy ra 

b. Biết  Tính 

c. Phân giác của góc A cắt BC tại E, cắt BD tại F. Chứng minh rằng 

d. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AE cắt BC tại M. Chứng minh rằng 

**Lời giải**

a. 

b. 

c. Chứng minh được 

d. Có  là phân giác ngoài của 

Có 

**Bài 15: [Lê Quý Đôn, 2017 – 2018 ]**

Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho  Đường thẳng DE cắt CB kéo dài tại K

a. Chứng minh 

b. Gọi H là hình chiếu của C trên DE. Chứng minh: 

c. Tính diện tích tam giác CDK khi độ dài AB = 6cm

d. Chứng minh: 

**Lời giải**

a. Xét  có: 

****b. Xét  và , có: 

c. Xét  và , có: 



d. Xét  và , có:   


**Bài 16: [ Nam Từ Liêm, 2017 – 2018 ]**

Cho  có  Kẻ  Kẻ HD sao cho 

a. Chứng minh  b. Chứng minh: 

c. Chứng minh: 

d. Biết chu vi , chu vi  Tính chu vi 

**Lời giải**

a. 

b. 

c. Chứng minh: 

Vì  là phân giác 

mà   
d. Biết chu vi , chu vi  Tính chu vi 

Ta có ****

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ABC, tính được   
- Chu vi 

- Lại có: 



**Bài 17: [ Lương Thế Vinh, 2017 – 2018 ]**

Cho  có  đường cao AH

a. Chứng minh 

b. Cho BH = 4cm, BC = 13cm. Tính AH và AB

c. Gọi E là một điểm tỳ ý trên AB, đường thẳng qua H và vuông góc với HE cắt cạnh AC tại F. Chứng minh rằng: 

d. Xác định vị trí của E trên AB để đoạn thẳng EF có độ dài ngắn nhất.

**Lời giải**

a. 

b.

Dùng pytago 

c.   


- 

- Xét  có: 

d. Xét 

Ta có 

Xét 

Mà AB, HB không đổi nên để đoạn EF ngắn nhất thì đoạn HE ngắn nhất. HE ngắn nhất

**Bài 18: [ Marie – Curie, 2013 – 2014 ]**

Cho  nhọn ( AB < AC), các đường cao BD và CE cắt nhau ở H

a. Chứng minh  b. Chứng minh 

c. Giả sử  So sánh diện tích tam giác ADE và diện tích tứ giác BEDC

d. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của DE với AH và BC. Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

a. 

b. 

c.  vuông cân ở D. Áp dụng pytago



Mà   
Lại có: 

d. Gọi giao điểm của AH và BC là F  là đường cao của 

- Tương tự câu b, chứng minh được

 là đường phân giác trong của , mà  là đường phân giác ngoài của 

- Áp dụng tính chất đường phân giác trong tam giác FED có phân giác trong FM và phân giác ngoài FN nên ta có:  đpcm.

**Bài 19: [ Marie – Curie, 2014 – 2015 ]**

Cho  nhọn , AD là trung tuyến, M là trung điểm của AD. Tia BM cắt cạnh AC tại P, đường thẳng song song với AC kẻ từ D cắt BP tại I.

a. Chứng minh  tính tỉ số 

b. Tia CM cắt AB tại Q. Chứng minh PQ // BC

c. Từ D kẻ đưởng thẳng song sog với AB cắt CM tại N. Chứng minh 

d. Tính tỉ số diện tích hai tam giác AQP và ABC

**Lời giải**

a. 

+) Xét  ( HQTL)

Mà 

Mà 

b. Tia CM cắt AB tại Q. Chứng minh PQ // BC

Ta có 

+) Xét  (HQTL)

Mà 

Mà 

Ta lại có  (Ta Lét đảo).

c. Từ D kẻ đưởng thẳng song sog với AB cắt CM tại N. Chứng minh 

Vì , lại có 



d. Tính tỉ số diện tích hai tam giác AQP và ABC

Ta có 

**Bài 20: [Nam Từ Liêm, 2015 – 2016]**

Cho hình chữ nhật ABCD có AB > BC. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống AC, gọi M là giao điểm của BH và CD

a. Chứng minh 

b. Chứng minh  Tính diện tích tam giác BMC biết BC = 6cm, AB = 8

c. Kẻ  MK cắt AC tại I. Chứng minh 

d. Chứng minh 

**Lời giải**

a. Chứng minh 

b. Chứng minh  Tính diện tích tam giác BMC biết BC = 6cm, AB = 8

Ta có: 

Từ (1) và 

c. Kẻ  MK cắt AC tại I. Chứng minh 

Tứ giác MKBC là hình chữ nhật vì có ba góc vuông    
Lại có 

d. Chứng minh 

Ta có: 

Theo câu c, ta có: 

Trong  có  nên theo định lý TaLet, có: 

Từ (4)(5) ta được: 

Từ (3)(6) ta được: 